電磁気学第二

百生敦教員

2008/07/28

1. 下記の文章の空欄を適切な語句で埋めよ.
   (a) 孤立導体に外部電荷を近づけると, 導体の電荷分布が変化して正や負の電荷の偏りが生じる. この現象を (a) と呼ぶ. 電荷の移動は, 導体表面の至るところで (b) が等しくなるように決まる. 外部電荷と導体の間には常に (c) が働く.
   (b) 導体内に中空領域があるとき, 外部電場を与えても中空領域内に電場は現れない. これを (d) と呼ぶ.
   (c) 真空中に誘電体がある. 電場 $\boldsymbol{E}$ を感じて分極 $\boldsymbol{P}$ を発生させているとき, $\boldsymbol{P}\cdot\hat{\boldsymbol{n}}$ は (e) 密度を与える. $\hat{\boldsymbol{n}}$ は誘電体の表面法線方向を現す. これによって誘電体が発生させる電場を (f) 電場と呼ぶ.
   (d) 分極の起源には, 緩和の遅い順から, (g) 分極, (h) 分極, (i) 分極がある. 一般に (g) 分極には復元力がなく (j) 緩和に従う.
   (e) (k) 関数は, 電場の振動数に依存して物質の (l) 率が変わることを考慮したものであり, 一般に複素数である. その虚数部がわかっていれば, その実数部を (m) 変換によって求めることができる.
   (f) 誘電体界面において, 磁場の (n) 成分, および磁束密度の (o) 成分は連続である.
   (g) 磁性体自体が持つ磁気双極子モーメントの起源として, (p) 角運動量と (q) 角運動量に由来するものがあり, (r) 性や (s) 性の性質をもたらしている. 外部磁場があるときは, (t) 誘導によって微視的な電流が流れ, 磁気双極子モーメントが生ずる. この性質を (u) 性と呼ぶ.
   (h) $\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}$ は電磁波の (v) の密度を, $\boldsymbol{D}\times\boldsymbol{B}$ は電磁波の (w) の密度を表す. 光が物質によって吸収されるとき, (w) の変化を伴うので, 物質には (x) 圧が働く.
   (i) 異方性媒質では誘電率は (y) 量となり, その中に存在する光の (z) と電場は必ずしも平行ではない. したがって, 波数ベクトルと (α) ベクトルも一般には平行ではない.
   (j) K 系にある誘電体を K 系に対して速度 v で等速直線運動する K' 系で観測する. 誘電体の電気分極 $\boldsymbol{P}$ と v が (β) であれば特別な違いは観察されないが, それ以外の場合では (γ) が観測される.
2. 半無限導体の平らな表面から外側に距離 a の位置に点電荷 q がある. 半無限導体の外側は真空として, 真空の誘電率を ϵ_0 とする. x 軸を表面の法線方向にとって下記の設問に答えよ.
   (a) 導体表面 (y-z 面) 上の誘導電荷分布を求めよ.
   (b) 点電荷が受ける力の大きさと方向を求めよ.
   (c) 半無限導体を誘電率 ϵ の半無限導体に置き換えたとき, 点電荷が受ける力の大きさと方向を求めよ.

3. 電子分極に関与する電子の運動方程式が, 位置ベクトルを $\boldsymbol{x}$, 外部電場を $\boldsymbol{E}$ として,

$$m\ddot{\boldsymbol{x}} + m\gamma\dot{\boldsymbol{x}} + m\omega_0^2\boldsymbol{x} = q\boldsymbol{E}$$

であるとする. $\boldsymbol{E}$ が角振動数 ω で変動しているとき, すなわち $\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_0 e^{-i\omega t}$ であるとき,

(a) 複素感受率 $\xi(\omega)$ を与えよ.

(b) $\omega = \omega_0$ のときの分極 $\boldsymbol{P}$ の様子を簡単に記述せよ.

(c) 電場が誘電体になす仕事が, 一周期分で平均して

$$W = \omega|\xi^i(\omega)|E_0^2/2$$

で与えられることを示せ. $\xi^i(\omega)$ は $\xi(\omega)$ の虚数部である.

4. 物質中の Maxwell 方程式から, ベクトルポテンシャル $\boldsymbol{A}$ およびスカラーポテンシャル ϕ に対して, ローレンスゲージを用いて

$$\Box\boldsymbol{A} = -\mu_0(\boldsymbol{j} + \frac{\partial\boldsymbol{P}}{\partial t} + \mathrm{rot}\boldsymbol{M})$$

$$\Box\phi = -\frac{1}{\epsilon_0}(\rho - \mathrm{div}\boldsymbol{P})$$

が成り立つことを導け. $\boldsymbol{P}$ および $\boldsymbol{M}$ は電気分極および磁化であり, $\boldsymbol{j}$ および ρ は電流密度および電荷密度である. ϵ_0 および μ_0 は真空の誘電率および真空の透磁率である. また, 右辺はポテンシャルの起源を表すが, それぞれの項 ($\boldsymbol{j}$ および ρ 以外) の物理的意味を述べよ.

5. 誘電率 ϵ, 透磁率 μ, および導電率 σ を持つ一様な導体中の電磁波を考える.

(a) 導体中の電磁波の電場成分 $\boldsymbol{E}$ について, Maxwell の方程式とオームの法則 ($\boldsymbol{j} = \sigma\boldsymbol{E}$) から,

$$(\nabla^2 - \mu\sigma\frac{\partial}{\partial t} - \epsilon\mu\frac{\partial^2}{\partial t^2})\boldsymbol{E} = \boldsymbol{0}$$

が成り立つことを示せ.

(b) 電場が x 軸方向に直線偏光した電磁波が z 軸方向に進んでいる. 波数を k, 角振動数を ω として, この電場成分が $E(z,t) = E_0\exp[i(kz - \omega t)]$ と表わされるとする. $\sigma \gg \epsilon\omega$ であれば, $k \approx (1+i)/\delta, \delta \equiv \sqrt{2/\mu\sigma\omega}$ であることを示せ.

(c) この状況で, y 軸方向に値を持つ磁場成分が,

$$H(z,t) = \sqrt{\frac{\sigma}{\mu\omega}}E_0 e^{-z/\delta}\exp[i(\frac{z}{\delta} - \omega t + \frac{\pi}{4})]$$

で与えられることを示せ.