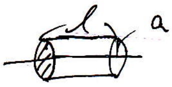
4（方針）講義に準じます
4問中では一番簡単か

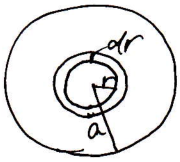
〈解答〉

a)



$$\rho = \frac{M}{\pi a^2 l}$$

（注）半径 a の円筒（中身は詰まっていない）
$$I = \sum m_i r_i^2 = M a^2$$



$$I = \int_0^a \rho\, 2\pi r\, dr \times l \times r^2$$
$$= 2\pi \rho l \left[\frac{r^4}{4}\right]_0^a = \frac{1}{2} M a^2 \;/\!/$$

b) $\left(I \frac{d\omega}{dt} = N_z^{(e)} \right)$

運動方程式 $I_x \frac{d^2\theta}{dt^2} = -Mgx\sin\theta \simeq -Mgx\theta \;/\!/$ （$\because \theta \ll 1$）（I_x: P.b を通る軸のまわりの慣性モーメント）

単振動の方程式とみて、$\omega_0 = \sqrt{\frac{Mgx}{I_x}}$, $T = 2\pi\sqrt{\frac{I_x}{Mgx}} \;/\!/$

ここで、
$$I_x = I_G + Mx^2 \quad \text{（ポイント!）}$$
$$= \frac{1}{2} M a^2 + M x^2$$ となので、

$$\therefore T = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{2}a^2 + x^2}{gx}} = 2\pi\sqrt{\frac{a^2 + 2x^2}{2gx}} \;/\!/$$

c) $f(x) = \frac{a^2 + 2x^2}{2gx}$ とおくと、$f(x)$ 最小 $\Rightarrow$ T も最小
$$= \frac{a^2}{2gx} + \frac{x}{g}$$

（相加平均）≧（相乗平均）より、
$$f(x) = \frac{a^2}{2gx} + \frac{x}{g} \geq 2\sqrt{\frac{a^2}{2gx}\cdot\frac{x}{g}} = \frac{\sqrt{2}a}{g}$$

等号成立時に $f(x)$ は最小で、それは、$\frac{a^2}{2gx} = \frac{x}{g}$ を x が満たすとき, i.e.
$$x = \frac{a}{\sqrt{2}} \;/\!/$$

このとき、T も最小で、$T = 2\pi\sqrt{\frac{\sqrt{2}a}{g}} \;/\!/$

ギリギリ完成した解答ですが、至らぬ点多々あります
言い訳がましいですが、この年は難しい気がします
解ける所から解くのが、当たり前ながらコツです
力学が終わるとテストから解放されるので、最後まで手を抜かず頑張りましょう！