

第1学期試験問題

物理学 A (力学)、遠山 満

平成 21 年 9 月 3 日 10:55、SI-16-21-22

答案用紙 両面 1 枚、計算用紙 1 枚

教科書等の持ち込み無し

注意：答案用紙は 1 枚なので、要領よく解答をまとめること。解答の順序は問わない。

[1] 十分高い台の上から、質量 m の質点を、水平方向と上向きに θ の角度をなす方向に、速さ v_0 で投げ出した。重力の他に速度に比例する抵抗力 $\vec{f} = -m\gamma\vec{v}$ が働くとして、以下の問題に答えよ。重力加速度の大きさは g とする。また、座標は、投げ出した位置を原点として、水平方向を x 軸、鉛直上向きを y 軸とする。

- $v_x(t)$ と $v_y(t)$ を求めよ。また、大まかな v_x-t グラフと v_y-t グラフを描け。
- 最高点に達するまでの時間を求めよ。また、最高点に達したときの v_x と x の値を求めよ。
- x の最大値を求めよ。

[2] 半径 a の円運動をしている質量 m の人工衛星について、以下の問題に答えよ。地球の質量を $M(\gg m)$ 、万有引力定数を G とする。

- 力学的エネルギー E_0 を求めよ。
- 瞬間的に接線方向に速度を $8/7$ 倍した。力学的エネルギー E を E_0 で表せ。また、離心率 e を求めよ。地球からの最大距離 r_{\max} は a の何倍になるか。

[3] 北極点で振動する長さ ℓ の単振り子について以下の問題に答えよ。重力加速度の大きさは g とする。

- 地球とともに回転する座標系で振り子はどんな運動をするか。
- 地球とともに回転する $x'y'$ 平面での運動方程式が

$$\frac{d^2x'}{dt^2} = -\omega_0^2 x' + 2\omega \frac{dy'}{dt}$$

$$\frac{d^2y'}{dt^2} = -\omega_0^2 y' - 2\omega \frac{dx'}{dt}$$

となることを示せ。ここで、 $\omega_0 = \sqrt{g/\ell}$ であり、地球の自転の角速度は ω である。

- $\omega \ll \omega_0$ が成り立つので、 $x' = \sin \omega t \cos \omega_0 t$ 、 $y' = \cos \omega t \cos \omega_0 t$ が、b) の方程式の近似解になることを示せ。

[4] 図のように、質量 M 、半径 a の球の剛体が傾き α の斜面を滑らずに、初速度 0 で転がり落ちる。以下の問題に答えよ。重力加速度の大きさは g とする。

- 球の中心を通る軸のまわりの慣性モーメントが $I = 2Ma^2/5$ で与えられることを示せ。
- 運動方程式を立て、重心運動の加速度を求めよ。
- 垂直方向に h 落下したときの、重心の運動エネルギーと回転運動のエネルギーを求めよ。

注意：以下のことを怠った場合には、不正行為として取り扱われることがある。

- 試験中は、本人確認のため、常に学生証を机の上に置いて受験すること。
- 机の上には、学生証の他、筆記用具、時計、教員から特に認められた物以外は置かないこと。
- これ以外の物が見えることのないよう鞆等に収納した上で、机の中、脇の椅子まなは床の上に置くこと。
- 携帯電話等は必ず電源を切って鞆等にしまうこと。携帯電話等を時計や電卓の代わりに使用してはならない。
- 解答用紙や計算用紙は所定の枚数を超えて取ってはならない。答案を提出せずに持ち帰ってはならない。
- 試験監督者並びに科目担当教員の試験に関する指示に従うこと。明らかに試験に支障を来す行為は行ってはならない。