

第1学期試験問題

物理学 A (力学)、遠山 満
平成 20 年 9 月 1 日 15:05、SI-23-24-30
答案用紙 両面 1 枚、計算用紙 1 枚
教科書等の持ち込み無し

注意：答案用紙は 1 枚なので、要領よく解答をまとめること。解答の順序は問わない。

[1] 質量 m の質点に対する強制振動の方程式

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + m\omega_0^2 x = F_0 \sin \omega t$$

について以下の問題に答えよ。

- この方程式の一般解を求めよ。
- $t = 0$ のとき、 $x = 0$ 、 $\frac{dx}{dt} = 0$ を満たす解を求めよ。
- b) の問題で、 $\omega \rightarrow \omega_0$ としたときの解を求めよ。また、この解の大まかな $x-t$ グラフを描け。

[2] 地球 (質量 m_1) のまわりを質量 m_2 の人工衛星が相対運動の角運動量 ℓ で回っている。地球と人工衛星の相対運動の 2 次元極座標 (r, θ) が

$$r = \frac{a}{1 + \epsilon \cos \theta} \quad (1)$$

を満たすとして以下の問題に答えよ。ただし、万有引力定数を G とする。

a) 換算質量を μ 、相対運動の力学的エネルギーを E とするとき、

$$a = \frac{\ell^2}{\mu G m_1 m_2}, \quad \epsilon = \sqrt{1 + \frac{2\ell^2 E}{\mu (G m_1 m_2)^2}}$$

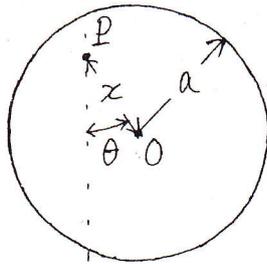
となることを示せ。

b) (1) 式を用いてケプラーの第 3 法則 (周期²/長半径³=一定) を証明せよ。

[3] 赤道上で高さ 19.6m のビルの屋上から、質量 m の質点を初速度 14.7m/s で真上に打ち上げた。この質点が地面に落下するとき、どの方向にどれだけずれるか。また、落下直前の水平方向の速度も求めよ。地球の自転の角速度は $\omega = 7.3 \times 10^{-5} \text{rad/s}$ とし、コリオリ力の ω の 2 乗に比例する項は無視する。また、赤道上の重力加速度の大きさは $g = 9.8 \text{m/s}^2$ とする。

[4] 図のように、質量 M 、半径 a の円柱の剛体振り子がある。円柱は中心軸 O から x 離れた軸 P のまわりで回転できる。以下の問題に答えよ。重力加速度の大きさは g とする。

- 円柱の中心軸のまわりの慣性モーメントが $I = Ma^2/2$ で与えられることを示せ。
- 微小振動の場合 ($\theta \ll 1$) の運動方程式を立て、周期を求めよ。
- この剛体振り子の周期を最小にする x を求めよ。また、周期の最小値も求めよ。



微小振動

注意：以下のことを怠った場合には、不正行為として取り扱われることがある。

- ・試験中は、本人確認のため、常に学生証を机の上に置いて受験すること。
- ・机の上には、学生証の他、筆記用具、時計、教員から特に認められた物以外は置かないこと。これ以外の物は見えることのないよう鞆等に収納した上で、机の中、脇の椅子または床の上に置くこと。
- ・携帯電話等は必ず電源を切って鞆等にしまうこと。携帯電話等を時計や電卓の代わりに使用してはならない。
- ・解答用紙や計算用紙は所定の枚数を超えて取ってはならない。答案を提出せずに持ち帰ってはならない。
- ・試験監督者並びに科目担当教員の試験に関する指示に従うこと。明らかに試験に支障を来たず行為は行ってはならない。