問題　赤道上から真上に初速 $v_0$ で投げ上げて、地面に落下するときの $x'$ 方向のずれを求めよ
$v_0 = 30\ \mathrm{m/s}$ のとき、ずれは何cmか

〈解答〉

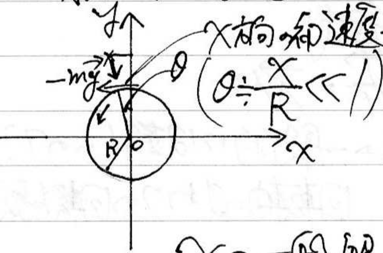
☆途中までは(a)と一緒

初期条件 $t=0$ のとき、$x'=0,\ \frac{dx'}{dt}=0,\ \frac{d^2x'}{dt^2}=2\omega v_0$ から、$x'=-\frac{1}{3}\omega g t^3+\omega_0 v_0 t^2$

また、$y'=v_0 t-\frac{1}{2}gt^2=0$ より、$t=\frac{2v_0}{g}$

$$x'=-\frac{1}{3}\omega g\left(\frac{2v_0}{g}\right)^3+\omega v_0\left(\frac{2v_0}{g}\right)^2=\frac{4}{3}\omega\frac{v_0^3}{g^2} \fallingdotseq 2.7\,\mathrm{cm}$$

※静止系で考えると…




x方向の運動方程式　$\frac{|x|}{R} \fallingdotseq \theta$ より、

$$m\frac{d^2x}{dt^2} \fallingdotseq -mg\frac{x}{R} \longrightarrow \frac{d^2x}{dt^2}=-\frac{g}{R}x \text{（単振動の方程式）}$$

$x$ の一般解 $x=a\sin\left(\sqrt{\frac{g}{R}}t+\phi\right)$ と表せる

初期条件 $t=0$ のとき、$x=0,\ \frac{dx}{dt}=-R\omega$ から、$x=-R\omega\sqrt{\frac{R}{g}}\sin\sqrt{\frac{g}{R}}t$

$$\fallingdotseq -R\omega\sqrt{\frac{R}{g}}\left\{\sqrt{\frac{g}{R}}t-\frac{1}{3!}\left(\sqrt{\frac{g}{R}}t\right)^3\right\}$$

$$=\underline{-R\omega t}+\underline{\frac{1}{6}\omega g t^3}$$

地表の動く道のりと一緒　ずれ、$\Delta x$

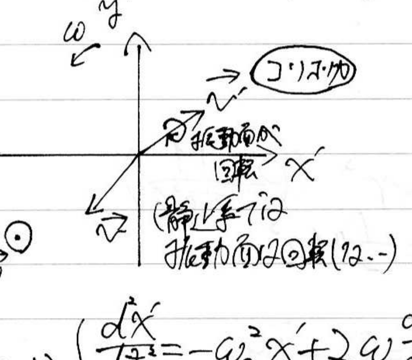
$\left(t=\frac{2v_0}{g}\text{ を代入すると、}\ \Delta x=\frac{4}{3}\omega\frac{v_0^3}{g^2}\right)$

※高さ $h$ から落下させた場合　（(a)より、$x'=-\frac{1}{3}\omega g t^3$ であった）

静止系　$x \fallingdotseq -(R+h)\omega\sqrt{\frac{R}{g}}\left\{\sqrt{\frac{g}{R}}t-\frac{1}{6}\left(\sqrt{\frac{g}{R}}t\right)^3\right\} \fallingdotseq -(R+h)\omega t+\frac{1}{6}\omega g t^3$

$\underset{\text{ずれ}}{\Delta x}=-h\omega t+\frac{1}{6}\omega g t^3$　$h=\frac{1}{2}gt^2$ より、$\Delta x=-\frac{1}{3}\omega g t^3$

(b) フーコーの振り子（緯度があると大変なので、北極で考える）




$$m\frac{d^2x'}{dt^2}=-\bigcirc\ \underbrace{-2m\vec{\omega}\times\vec{v}'}_{\text{コリオリ力}}$$

運動方程式 $m\frac{d^2x'}{dt^2}=\underset{(\propto -\vec{r})}{(\text{復元力})}-2m\vec{\omega}\times\vec{v}'=-m\frac{g}{l}\vec{r}-2m\vec{\omega}\times\vec{v}'$

$$(*)\begin{cases}\frac{d^2x'}{dt^2}=-\omega_0^2x'+2\omega\frac{dy'}{dt}\\ \frac{d^2y'}{dt^2}=-\omega_0^2y'-2\omega\frac{dx'}{dt}\end{cases}\quad\left(\omega_0=\sqrt{\frac{g}{l}}\text{ とおいた}\right)$$

$z'=x'+iy'$ とおくと、$\frac{d^2z'}{dt^2}=-\omega_0^2z'-2\omega i\frac{dz'}{dt}$

$\frac{d^2z'}{dt^2}+2\omega i\frac{dz'}{dt}+\omega_0^2z'=0$　（次ページへ続く