(前ページから) $\dfrac{d\vec{r}'}{dt} = \left(\dfrac{d\vec{r}'}{dt}\right)_{\Sigma'} + \omega x'\vec{e}_2' - \omega y'\vec{e}_1'$

$\vec{\omega} = \omega\vec{e}_3$ とおくと, $\omega x'\vec{e}_2' - \omega y'\vec{e}_1' = \vec{\omega}\times\vec{r}'$ より, $\underbrace{\left(\dfrac{d\vec{r}'}{dt}\right)_{\Sigma}}_{\Sigma\text{系の速度}} = \left(\dfrac{d\vec{r}'}{dt}\right)_{\Sigma'} + \underbrace{\vec{\omega}\times\vec{r}'}_{\text{座標系の回転の効果}}$ ⇐ $\dfrac{d\vec{r}}{dt}$

$$\frac{d^2\vec{r}'}{dt^2} = \frac{d}{dt}\left(\left(\frac{d\vec{r}'}{dt}\right)_{\Sigma'}\right) + \vec{\omega}\times\frac{d\vec{r}'}{dt} \qquad \left(\frac{d\vec{\omega}}{dt} = 0\right)$$

$$= \left(\frac{d^2\vec{r}'}{dt^2}\right)_{\Sigma'} + \vec{\omega}\times\left(\frac{d\vec{r}'}{dt}\right)_{\Sigma'} + \vec{\omega}\times\left(\left(\frac{d\vec{r}'}{dt}\right)_{\Sigma'} + \vec{\omega}\times\vec{r}'\right)$$

$$= \left(\frac{d^2\vec{r}'}{dt^2}\right)_{\Sigma'} + 2\vec{\omega}\times\left(\frac{d\vec{r}'}{dt}\right)_{\Sigma'} + \underline{\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}')} \to -\omega^2\vec{r}_\perp$$

$\vec{r}_\perp = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$ とおくと, (xy平面の成分) O' と O が共通なので, $\vec{r}' = \vec{r}$ $\therefore \dfrac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \dfrac{d^2\vec{r}'}{dt^2}$

$$\therefore \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \left(\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}\right)_{\Sigma} = \left(\frac{d^2\vec{r}'}{dt^2}\right)_{\Sigma'} + 2\vec{\omega}\times\left(\frac{d\vec{r}'}{dt}\right)_{\Sigma'} - \omega^2\vec{r}_\perp$$

Σ系で $m\left(\dfrac{d^2\vec{r}}{dt^2}\right)_{\Sigma} = \vec{F}$ のとき,

Σ'系では $m\left(\dfrac{d^2\vec{r}'}{dt^2}\right)_{\Sigma'} = \vec{F} + \overbrace{\underbrace{m\omega^2\vec{r}_\perp}_{\text{遠心力}} - \underbrace{2m\vec{\omega}\times\left(\dfrac{d\vec{r}'}{dt}\right)_{\Sigma'}}_{\text{コリオリ力}}}^{\text{慣性力}}$

(例) 静止系で　　回転系では

$\Uparrow \vec{v}$

速度に直交する力がはたらく必要あり(コリオリ力)

題 静止系で $\vec{r}$ の位置に静止している質点に対する回転系の運動方程式を導け

円運動 $\vec{v}' = -(\vec{\omega}\times\vec{r}')$　　$\vec{r}_\perp' = \vec{r}'$

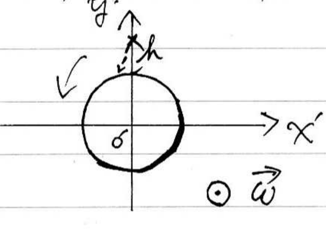
⊙ $\vec{\omega}$

〈解答〉 $m\left(\dfrac{d^2\vec{r}'}{dt^2}\right) = m\omega^2\vec{r}' - 2m\vec{\omega}\times\vec{v}' = m\omega^2\vec{r}' + 2m\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}')$

$= m\omega^2\vec{r}' - 2m\omega^2\vec{r}' = -m\omega^2\vec{r}'$

(+) 回転座標系での運動の例題

(a) 落下運動　(赤道上で考える)



$$m\left(\frac{d^2\vec{r}'}{dt^2}\right)_{\Sigma'} = \underbrace{-\frac{GmM}{r^2}\hat{r} + m\omega^2\vec{r}'}_{} - 2m\vec{\omega}\times\left(\frac{d\vec{r}'}{dt}\right)_{\Sigma'}$$

$$\simeq -mg\vec{e}_2' - 2m\vec{\omega}\times\left(\frac{d\vec{r}'}{dt}\right)_{\Sigma'}$$

(参考 $h = 100\,\text{m}$ のとき $h = \frac{1}{2}gt^2$ より, $t \fallingdotseq 4.5\,\text{s} \to x' \fallingdotseq 2.2\,\text{cm}$ ずれ)

$$\therefore \begin{cases} m\dfrac{d^2x'}{dt^2} = 2m\omega\dfrac{dy'}{dt} \\ m\dfrac{d^2y'}{dt^2} = -mg - 2m\omega\dfrac{dx'}{dt} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{d^2x'}{dt^2} = 2\omega\dfrac{dy'}{dt} \\ \dfrac{d^2y'}{dt^2} \fallingdotseq -g \end{cases} \quad (\because \omega \fallingdotseq 7.3\times10^{-5}\,(\text{rad/s}))$$

$\to \dfrac{d^3x'}{dt^3} \fallingdotseq -2\omega g$　　$\therefore x' = -\dfrac{1}{3}\omega g t^3 + C_2 t^2 + C_1 t + C_0$ → 初期条件 $t=0$ のとき, $x' = 0,\ \dfrac{dx'}{dt} = 0,\ \dfrac{d^2x'}{dt^2} = 0$

$\therefore C_0 = C_1 = C_2 = 0$　ゆえに, $x' = -\dfrac{1}{3}\omega g t^3$