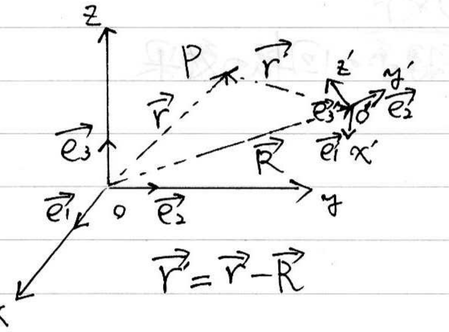
V 座標系の変換



$O-\vec{e}_1\vec{e}_2\vec{e}_3 : \Sigma$系　$O'-\vec{e}'_1\vec{e}'_2\vec{e}'_3 : \Sigma'$系

Σ系での速度 $\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_\Sigma = \frac{dx}{dt}\vec{e}_1 + \frac{dy}{dt}\vec{e}_2 + \frac{dz}{dt}\vec{e}_3$

Σ'系での速度 $\left(\frac{d\vec{r}'}{dt}\right)_{\Sigma'} = \frac{dx'}{dt}\vec{e}'_1 + \frac{dy'}{dt}\vec{e}'_2 + \frac{dz'}{dt}\vec{e}'_3$

$\vec{r}' = \vec{r} - \vec{R}$

(1) ガリレイ変換 $\vec{R} = \vec{R}_0 + \underset{\text{一定}}{\underline{\vec{V}}}t$ のとき，$\vec{r}' = \vec{r} - \vec{R}$ をtで2回微分すると，

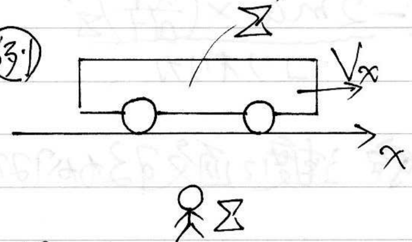
$\left(\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}\right)_\Sigma = \left(\frac{d^2\vec{r}'}{dt^2}\right)_{\Sigma'}$

Σ系の運動方程式が $m\left(\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}\right)_\Sigma = \vec{F}$ のとき，Σ'系では $m\left(\frac{d^2\vec{r}'}{dt^2}\right)_{\Sigma'} = \vec{F}$ ⇒ 運動方程式は変わらない

特に，$\vec{e}'_1=\vec{e}_1, \vec{e}'_2=\vec{e}_2, \vec{e}'_3=\vec{e}_3, \vec{R}_0=0$ でなされる座標系の変換をガリレイ変換という

$$\begin{cases} x' = x - V_x t \\ y' = y - V_y t \\ z' = z - V_z t \end{cases}$$

(例)



Σ'系で真上に投げ上げて運動

$x'=0,\ y'=V_0t-\frac{1}{2}gt^2$

Σ系ではx方向の初速度V_xで斜めに投げ上げて

$x'=x-V_xt,\ y'=y$

$\therefore x=V_xt,\ y=V_0t-\frac{1}{2}gt^2$

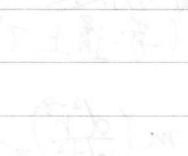
(2) 加速度系　$\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$は一定

$\frac{d^2\vec{R}}{dt^2} = \vec{\alpha}$

$\vec{r}' = \vec{r} - \vec{R}$ より，$\left(\frac{d^2\vec{r}'}{dt^2}\right)_{\Sigma'} = \left(\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}\right)_\Sigma - \vec{\alpha}$

Σ'系での運動方程式 $m\left(\frac{d^2\vec{r}'}{dt^2}\right)_{\Sigma'} = \vec{F} - m\vec{\alpha}$

(例)

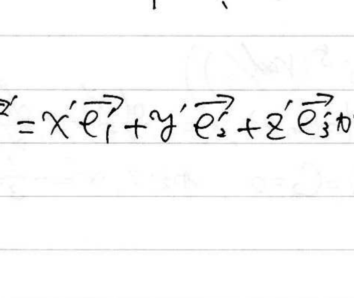


$m\left(\frac{d^2\vec{r}'}{dt^2}\right)_{\Sigma'} = m\vec{g} - m\vec{g} = 0$

無重量状態

(微小重力状態と…

(3) 回転座標系



$\vec{e}'_1 = \cos\omega t\,\vec{e}_1 + \sin\omega t\,\vec{e}_2$

$\vec{e}'_2 = -\sin\omega t\,\vec{e}_1 + \cos\omega t\,\vec{e}_2$

$\vec{e}'_3 = \vec{e}_3$

$\frac{d\vec{e}'_1}{dt} = -\omega\sin\omega t\,\vec{e}_1 + \omega\cos\omega t\,\vec{e}_2 = \omega\vec{e}'_2$

$\frac{d\vec{e}'_2}{dt} = -\omega\cos\omega t\,\vec{e}_1 - \omega\sin\omega t\,\vec{e}_2 = -\omega\vec{e}'_1$

$\vec{r}' = x'\vec{e}'_1 + y'\vec{e}'_2 + z'\vec{e}'_3$ から，$\frac{d\vec{r}'}{dt} = \frac{dx'}{dt}\vec{e}'_1 + \frac{dy'}{dt}\vec{e}'_2 + \frac{dz'}{dt}\vec{e}'_3 + x'\frac{d\vec{e}'_1}{dt} + y'\frac{d\vec{e}'_2}{dt} + \underset{0}{\underline{z'\frac{d\vec{e}'_3}{dt}}}$

$= \left(\frac{d\vec{r}'}{dt}\right)_{\Sigma'} + \omega x'\vec{e}'_2 - \omega y'\vec{e}'_1$

(次ページへ続く)