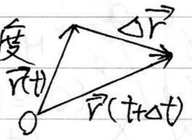
内積と外積を直交座標の成分で表す　$\vec{A}=A_x\vec{e_1}+A_y\vec{e_2}+A_z\vec{e_3}$, $\vec{B}=B_x\vec{e_1}+B_y\vec{e_2}+B_z\vec{e_3}$ とする

$\vec{A}\cdot\vec{B}=A_xB_x+A_yB_y+A_zB_z$　（ただし，$\vec{e_i}\cdot\vec{e_j}=\delta_{ij}=\begin{cases}i=j\Rightarrow 1\\ i\neq j\Rightarrow 0\end{cases}$ の関係を用いた。δ_{ij} をクロネッカーのデルタという）

$\vec{A}\times\vec{B}=(A_yB_z-A_zB_y)\vec{e_1}+(A_zB_x-A_xB_z)\vec{e_2}+(A_xB_y-A_yB_x)\vec{e_3}$　＊3

（ただし，$\vec{e_1}\times\vec{e_2}=\vec{e_3}=-\vec{e_2}\times\vec{e_1}$ などを用いた）

（4）速度・加速度



$$\vec{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\vec{r}(t+\Delta t)-\vec{r}(t)}{\Delta t}=\frac{d\vec{r}}{dt}=\underbrace{\frac{dx}{dt}}_{v_x}\vec{e_1}+\underbrace{\frac{dy}{dt}}_{v_y}\vec{e_2}+\underbrace{\frac{dz}{dt}}_{v_z}\vec{e_3}$$

同様に考えると，$\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}=\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}=\underbrace{\frac{d^2x}{dt^2}}_{a_x}\vec{e_1}+\underbrace{\frac{d^2y}{dt^2}}_{a_y}\vec{e_2}+\underbrace{\frac{d^2z}{dt^2}}_{a_z}\vec{e_3}$

問題　$x=\frac{g}{\gamma}t+\frac{g}{\gamma^2}(e^{-\gamma t}-1)$ のとき，v, a を求め，グラフの概形を書け（$\gamma>0$）

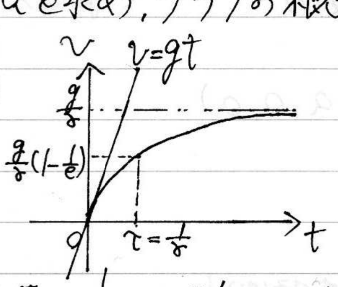
〈解答〉

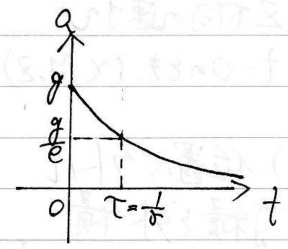
$v=\frac{dx}{dt}=\frac{g}{\gamma}-\frac{g}{\gamma}e^{-\gamma t}=\frac{g}{\gamma}(1-e^{-\gamma t})$

$a=\frac{dv}{dt}=ge^{-\gamma t}$　＊4

（$\lim_{t\to\infty}v=\frac{g}{\gamma}$, $\lim_{t\to\infty}a=0$

$t\fallingdotseq 0$ のとき，$v\fallingdotseq\frac{g}{\gamma}(1-1+\gamma t)=gt$）





初期値の $\frac{1}{e}$ になる t → 時定数 τ という

問題　円運動　$\vec{r}=a\cos\omega t\vec{e_1}+a\sin\omega t\vec{e_2}$ のとき，$\vec{v}$, $\vec{a}$, $\vec{v}\cdot\vec{a}$, $\vec{r}\times\vec{v}$ を計算せよ

〈解答〉

$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}=-a\omega\sin\omega t\vec{e_1}+a\omega\cos\omega t\vec{e_2}$　　$\vec{r}\times\vec{v}=\underbrace{a^2\omega\vec{e_3}}_{\text{一定値}\to\text{保存量}}$（計算は省いた）

$\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}=-a\omega^2\cos\omega t\vec{e_1}-a\omega^2\sin\omega t\vec{e_2}$

$\vec{v}\cdot\vec{a}=0$　＊5

I 質点の運動

質量をもった数学的な点であり，回転運動・変形を考えなくてよい

（1）運動の基本法則

①慣性の法則　②運動方程式　③作用・反作用の法則　→（回答）

＊3　覚えにくい式かもしれない。線形代数に長けている人は $\vec{A}\times\vec{B}=\begin{vmatrix}\vec{e_1} & \vec{e_2} & \vec{e_3}\\ A_x & A_y & A_z\\ B_x & B_y & B_z\end{vmatrix}$ と覚えてもいいかも。

＊4　$a=ge^{-\gamma t}=g-\gamma v$

$\therefore ma=mg-m\gamma v$（運動方程式）

＊5　計算してもよいが，

を考えると明らかである。