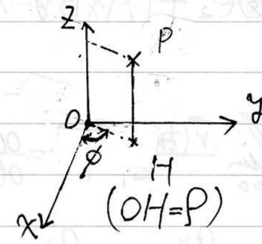
運動の記述

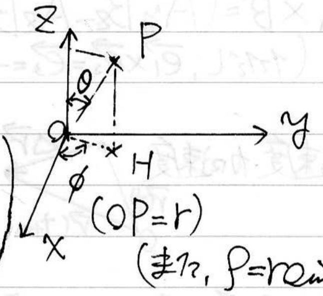
(1) 座標

直交座標で(x, y, z)と表される点をPとすると…

円柱(円筒とも)座標
(ρ, ϕ, z)
(ただし, $x = \rho\cos\phi$
$y = \rho\sin\phi$)



極座標
(r, θ, ϕ)
(ただし, $x = r\sin\theta\cos\phi$
$y = r\sin\theta\sin\phi$
$z = r\cos\theta$)



問題 らせん運動を3つの座標で表せ

円運動の半径a, 角速度ω
z方向の速さv
$t=0$のとき, $(x, y, z) = (a, 0, 0)$

<解答> 直 $(a\cos\omega t, a\sin\omega t, vt)$
円 $(a, \omega t, vt)$
極 $\left(\sqrt{a^2+v^2t^2}, \tan^{-1}\frac{a}{vt}, \omega t\right)$

$\tan\theta = \frac{a}{vt}$より,
$\theta = \tan^{-1}\frac{a}{vt}$

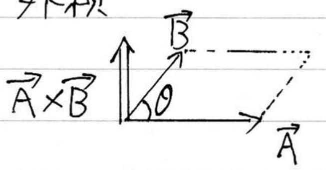
(2) 位置ベクトル

内積と外積

	① 交換法則	② 具体例
内積 $\vec{A}\cdot\vec{B}$	$\vec{A}\cdot\vec{B} = \vec{B}\cdot\vec{A}$ が成りたつ	仕事 $\Delta W = \vec{F}\cdot\Delta\vec{r}$
外積 $\vec{A}\times\vec{B}$	$\vec{A}\times\vec{B} \neq \vec{B}\times\vec{A}$ であり, $\vec{A}\times\vec{B} = -\vec{B}\times\vec{A}$ は成りたつ *1	力のモーメント $\vec{N} = \vec{r}\times\vec{F}$ 角運動量 $\vec{L} = \vec{r}\times\vec{p}$ ローレンツ力 *2

③ 特殊な場合	④ その他特記事項
$\vec{A}\perp\vec{B} \Leftrightarrow \vec{A}\cdot\vec{B} = 0$	スカラー積
$\vec{A}\,/\!/\,\vec{B} \Leftrightarrow \vec{A}\times\vec{B} = 0\,(\vec{0}) \longrightarrow \vec{A}\times\vec{A} = 0$	ベクトル積 $\lvert\vec{A}\times\vec{B}\rvert = AB\sin\theta$ (平行四辺形の面積)

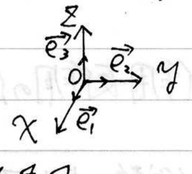
外積



※ $\vec{A}\times\vec{B}$の向き
$\vec{A}$を$\vec{B}$の方向にまわしたとき, 右ねじの進む方向
(左図より) $\vec{A}\cdot(\vec{A}\times\vec{B}) = \vec{B}\cdot(\vec{A}\times\vec{B}) = 0$ が言える

*1 $\vec{A}\times\vec{B}$に向きがあるので, 交換法則が一般には成りたたない

(3) 直交座標の成分とベクトルとの関係



$\vec{e_1}, \vec{e_2}, \vec{e_3}$ 単位(基本, 基底)ベクトル

$\vec{r} = x\vec{e_1} + y\vec{e_2} + z\vec{e_3}$ の形でベクトルを表す

② 遠山教授は電磁気学にも長けているようであり, 力学でも随所にそれが現れる。
授業中に現れた電磁気学の事柄については, 余裕があれば最後に附録として
まとめようと思う。