２００７年度冬学期数学IB試験問題

２００８年2月１５日、１０：５０〜１２：２０（９０分）

担当：斉藤　義久

[1] 次の関数の２階の偏導関数を全て求めよ。
(1)$e^{x^2+y^2}$　　(2)Arctan$\frac{x}{y}$　$(y \neq 0)$

[2]$f(x,y)=x^2-4x+2y^3$ とする。
(1)$f(x,y)$ は点 $(1,1)$ において全微分可能であることを示せ。
(2)$\mathbb{R}^3$ 内の曲面 $z=f(x,y)$ の、点 $(1,1,-1)$ における接平面を求めよ。

[3] 次の関数の極値を求めよ。
(1)$f(x,y)=x^4-xy+y^4.$　　(2)$f(x,y)=-x^3-x^2-y^2.$

[4] 条件 $x^2+y^2+z^2=1$ のもとで、$f(x,y,z)=x+2y+3z$ の最大値・最小値を求めよ。

[5]$\mathbb{R}^2$ における４つの曲線 $x^2=\alpha y, x^2=\beta y, y^2=\gamma x, y^2=\delta x$ で囲まれる図形の面積を求めよ。ただし $0<\alpha<\beta, 0<\gamma<\delta$ とする。

[6] 次の等式を証明せよ。

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}dx=\sqrt{\pi}.$$

（答案作成上の注意）

- 答案用紙は１枚のみとし、追加は認めない。計算用紙等を用いて下書きを作成し、１枚の答案用紙で収まるように解答を作成すること。
- [1] から順番に説く必要はなく、出来た問題から答案を作成してよい。
- 答案のみ提出し、計算用紙は各自持ち帰ること。
- 何の説明もなく答えのみしか書いていない答案は０点にする場合があるので注意すること。ただし [1] は答えのみでよい。
- 判読不能の文字、文章として日本語の体裁をなしていない答案は、仮に好意的に解釈すれば正解と言えなくもない場合でも０点にする場合があるので注意すること。特に計算を書きなぐっただけの答案は単なるメモ用紙であって、答案とは認めない。