

## 2006年度夏学期数学IB期末試験問題

担当：斉藤義久

[1] 次の関数の2階偏導関数を全て求めよ。

$$(1) \frac{xy}{x+y} \quad (2) \text{Arcsin} \left( \frac{xy}{1+x^2+y^2} \right)$$

[2] 次の関数の極値と、それを与える点を求めよ。

$$f(x, y) = x^2 + x^3 + y^2.$$

[3] 条件  $x^2 + 4y^2 = 1$  の下で、次の関数の最大値、最小値を求めよ。

$$f(x, y) = x + 4y.$$

[4]  $C^2$ -級の2変数関数  $f(x, y)$  が与えられたとき、変数変換  $x = s+t, y = s-t$  によって  $f$  を  $s$  と  $t$  の関数とすることができる。(これを  $f(x, y) = g(s, t)$  と書くことにする。)このとき

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

を  $s, t, g$  を用いて表せ。

[5]  $\mathbb{R}$  を定義域とする関数

$$f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

を考える。

(1)  $f(x)$  は  $\mathbb{R}$  を定義域とする逆関数  $f^{-1}(x)$  を持つことを示せ。

(2)  $f^{-1}(x)$  の  $x$  に関する導関数を求めよ。

(答案作成上の注意)

- 何の説明もなく答えのみしか書いていない答案は0点にする場合があるので注意すること。
- 判読不能の文字、文章として日本語の体裁をなしていない答案は、仮に好意的に解釈すれば正解と言えなくもない場合でも0点にする場合があるので注意すること。特に計算を書きなぐっただけの答案は単なるメモ用紙であって、答案とは認めない。