確率

2011.5.9

発表者:Maki

範囲:4,5 章

【ランダム性】(ランダムネス)

何が出るかわからない.(サイコロとかコイントスとか)

→ ランダムネスにも法則がある.(ランダムネスの法則)

　　これを扱うのが確率論や統計学である.

◎標本空間と事象

可能な結果を標本点(samplepoint)

その全体の集合を標本空間(samplespace)

とよび,Ωで表す.(標本点はωで表す.)

例:サイコロ(一個)の標本空間

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

事象(event)とは標本空間の部分集合で定義される.

サイコロで奇数がでる事象 A は

$$A = \{1, 3, 5\} \subset \Omega$$

※サイコロで7以上の目が出る事象は無い!

　→空事象=∅(empty event)

さらに事象について

根本事象…ただ一つの標本点．{1},{2}**など．**

複合事象…複数の標本点を含み，２つ以上に(二つ以上の根本事象に)分解可能．

{4,5,6}→{4},{5},{6}

◎順列と組み合わせ

ABCDE と BCAED

順列として異なるが組み合わせとしては同じ．

n 個の中から r 個とる順列(permutation)**は**

$$ {}_{n}P_{r} = \frac{n!}{n-r!} $$

n 個の中から r 個とる組み合わせは

$$ {}_{n}C_{r} = \frac{n!}{r!\,(n-r!)} $$

→二項定理にも出現するから二項係数と呼ばれる．

◎確率の定義

・ラプラスの定義

思考の根本事象が全部で N 個あってそれらは同様に確からしい．このとき事象 A について根本事象が R 個あれば，事象 A の確率は

$$P(A) = \frac{R}{N}$$

と表される.

この定義の利点:

場合の数の数え上げげに帰すること．よって順列，組み合わせの諸定理が使える.

問題点:

各標本点が「同程度に確からしく」起こることを仮定していることである.

→理由不十分の原則

・頻度による定義

一般に事象 A を生み得る実験を n 回繰り返して A が n_A回出るとすると

$n \to \infty$　のとき，$n_A/n \to \alpha$

となるならば $P(A)=\alpha$と定義する.

問題点:極限げび収束は無限に遂行を続けて初めて確認されるから，理屈の上では確認できない.（定義が完全でない．）

・確率の公理主義的定義

(a)すべての事象 A に対して $0 \leqq P(A) \leqq 1$

(b)$P(\Omega)=1$

(c)互いに排反な事象$A_1, A_2, A_3, \cdots$に対して

$P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \cdots)= P(A_1) + P(A_2) + P(A_3)+\cdots$

が成り立つ.

・主観確率

利点:まだ起こってないか，ほとんど起こっていない事象．実験ごとに統計的規則が変わってしまうような事象の分析も可能になる.

→ベイズ統計学

◎ベイズの定理

→各自参照

次回５/１６担当 Maki　範囲 6,7 章