解答例

問 1 (i)

両辺をラプラス変換すると,

$$Y(s) - y(0) + 4Y(s) = \frac{1}{s-2}$$

となる. ただし, $Y(s) = \int_0^\infty y(t)e^{st}dt$. 両辺を整理して,

$$Y(s) = \frac{1}{(s+4)(s-2)} + \frac{5}{s+4} = \frac{5s-9}{(s+4)(s-2)} \tag{1}$$

ラプラス変換の公式を用いれるように, 分子の次数が 0 となるように展開すると,

$$Y(s) = \frac{29}{6}\frac{1}{s+4} + \frac{1}{6}\frac{1}{s-2} \tag{2}$$

これを逆変換して,

$$y(t) = \frac{29}{6}e^{-4t} + \frac{1}{6}e^{2t}. \tag{3}$$

問 1 (ii)

両辺をラプラス変換すると,

$$s^2Y(s) - \frac{dy(0)}{dt} - sy(0) + sY(s) - y(0) - 2Y(s) = \frac{1}{s+1} \tag{4}$$

となるので, 初期値を代入して整理すると,

$$Y(s) = \frac{2s^2-1}{(s+2)(s+1)(s-1)} = \frac{7}{3}\frac{1}{s+2} + \frac{1}{6}\frac{1}{s+1} - \frac{1}{2}\frac{1}{s-1} \tag{5}$$

を得る. 逆変換すれば, 解を次のように求められる.

$$y(t) = \frac{7}{3}e^{-2t} + \frac{1}{6}e^{-t} - \frac{1}{2}e^{t}. \tag{6}$$