

$$y(kh) = C\Phi^{k-1}P \quad (k=1, 2, \dots)$$

$$e^{At} = (sI - A)^{-1} \text{ の逆ラプラス変換}$$

$$\frac{d}{dt} e^{At} = A e^{At} \quad e^{At}|_{t=0} = I$$

$$\frac{dX}{dt} = AX \quad s\mathcal{L}\{X\}(s) - I = A\mathcal{L}\{X\}(s)$$

$$X(0) = I$$

$$(sI - A)\mathcal{L}\{X\}(s) = I$$

(1055)

$$(sI - A) = \begin{bmatrix} s+3 & 2 \\ -1 & s \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{s^2 + 3s + 2} \begin{bmatrix} s & -2 \\ 1 & s+3 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{s+1} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} + \frac{1}{s+2} \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\Phi = e^{At} = \begin{bmatrix} -e^{-t} + 2e^{-2t} & -2e^{-t} + 2e^{-2t} \\ e^{-t} - e^{-2t} & 2e^{-t} - e^{-2t} \end{bmatrix}$$

$$P = \int_0^h \begin{bmatrix} e^{-t} + 2e^{-2t} \\ e^{-t} - e^{-2t} \end{bmatrix} dt \quad \wedge t=0 \text{ で単位行列になる}$$

$$= \begin{bmatrix} -e^{-2h} + e^{-h} & -\frac{e^{-2h}}{2} + \frac{e^{-h}}{2} \\ \frac{e^{-2h}}{2} - \frac{e^{-h}}{2} & \frac{e^{-2h}}{2} - \frac{e^{-h}}{2} \end{bmatrix}$$

$$(ii) \quad y(kh) = y(h) = CP \quad (\text{初値が } 0 \text{ から始まる場合は } 0)$$

$$y(2h) = C\Phi P + acP$$

$$y(3h) = C\Phi^2 P + ac\Phi P + a^2cP$$

$$y(kh) = C\Phi^{k-1}P + ac\Phi^{k-2}P + \dots + a^{k-2}c\Phi P + a^{k-1}cP$$

