

平成22年度「電気回路と微分方程式」試験問題(下田担当分)

1. 図1～3のそれぞれの回路において、 $t \geq 0$ でのコイル $L$ に流れる電流 $i$ に関する微分方程式をたてよ。

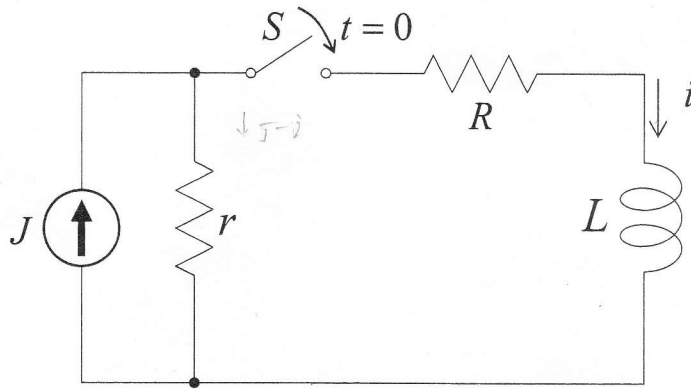


図1

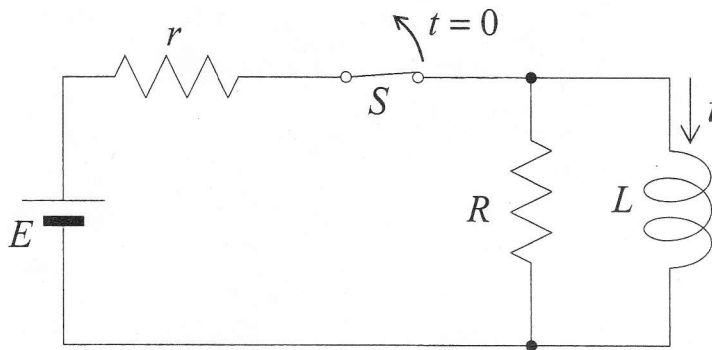


図2

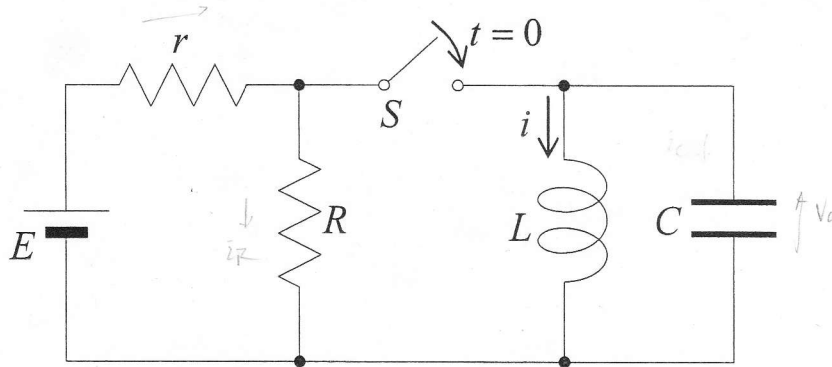


図3



Handwritten notes for Figure 1:

$$i_R = \frac{L}{R} \frac{di}{dt}$$

$$\frac{L}{R} \frac{di}{dt} + i = 0$$

Handwritten notes for Figure 2:

$$i_C = C \frac{d(L \frac{di}{dt})}{dt}$$

$$= LC \frac{d^2 i}{dt^2}$$

$$i_R = \frac{L}{R} \frac{di}{dt}$$

$$E - iR = LC \frac{d^2 i}{dt^2} + LC \frac{di}{dt}$$

$$Q = CV = L \frac{di}{dt}$$

$$i = C \frac{dV}{dt}$$

2. 図4の回路において、時刻  $t=0$  にスイッチ  $S$  を開く。このとき、以下の問いに答えよ。ただし、電圧源は直流定電圧源であり、スイッチを開く前の回路は定常状態とする。

(1) スイッチ  $S$  を開いた後のキャパシタ  $C$  の電圧  $v(t)$  ( $t \geq 0$ ) に関する微分方程式を立てよ。

(2) スイッチ  $S$  を開いた後のキャパシタ  $C$  の電圧  $v(t)$  ( $t \geq 0$ ) を求め、横軸を時間、縦軸をキャパシタ  $C$  の電圧とするグラフを描け。

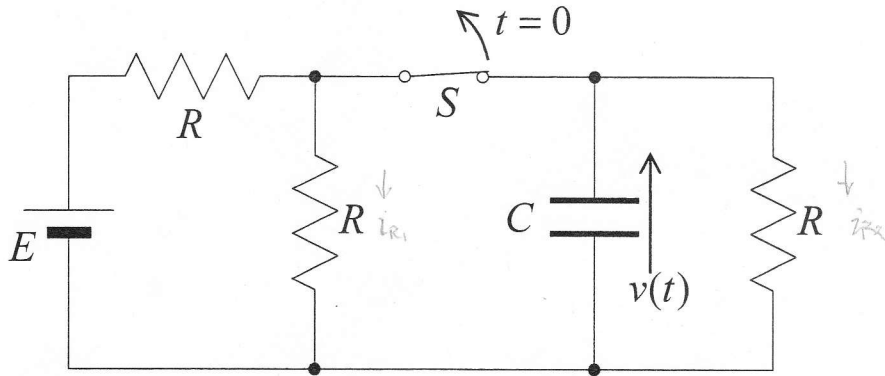


図4

$e^{at}$   
 $CR \frac{dv}{dt} + v = E$

$$E - R \left( \frac{v(t)}{R} + \frac{v(t)}{R} \right) = v(t)$$

$$E - v(t) - v(t) = v(t)$$

問題 3

図 A のような回路がある。抵抗の抵抗値  $R$ 、インダクタのインダクタンスを  $L$ 、キャパシタのキャパシタンスを  $C$  とする。以下の問いに答えよ。

(i) 電圧源から右を見たときの複素アドミタンスはどのように表されるか示せ。ただし、電圧源の角周波数を  $\omega$  とする。

(ii)  $R = \frac{1}{2} \Omega$ 、 $\omega L = \frac{\sqrt{3}}{2} \Omega$ 、 $\omega C = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ S}$  としたとき、抵抗に流れる電流  $\dot{I}_R$ 、キャパシタに流れる電流  $\dot{I}_C$ 、電圧源の電圧  $\dot{E}$ 、電圧源から回路に流れる電流  $\dot{I}$  の関係をフェーザ図に描け。 $\dot{I}_R$  の値を適当に定めて基準にとると良い。なお、1 V の電圧フェーザと 1 A の電流フェーザを同じ長さのフェーザで表すこと。

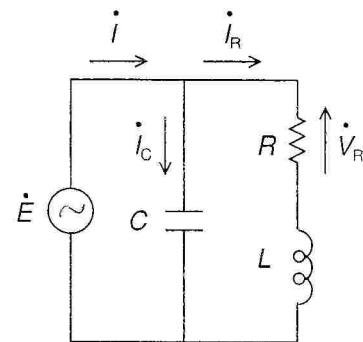


図 A. 問題 3 の回路。

(iii)  $\dot{I}_R$  の大きさ  $|\dot{I}_R|$  と、抵抗の両端の電圧  $\dot{V}_R$  の大きさ  $|\dot{V}_R|$  を求めよ。ただし、 $\dot{E}$  を 10 V とし、回路の定数は (ii) の値とせよ。計算してもよいし、(ii) で描いたフェーザ図から求めてもよい。

(iv) 電圧源がこの回路に供給する有効電力はいくらになるか計算せよ。ただし、 $\dot{E}$  を 10 V とし、回路の定数は (ii) の値とせよ。

問題 4

二端子対回路の縦続パラメータについて以下の問いに答えよ。

(i) 図 B のような二端子対回路がある。ただし、 $\dot{Z}$ 、 $\dot{Y}$  はそれぞれの素子の複素インピーダンスと複素アドミタンスである。この回路の入力側の電圧  $\dot{V}_1$ 、電流  $\dot{I}_1$ 、出力側の電圧  $\dot{V}_2$ 、電流  $\dot{I}_2$  の関係を

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{A} & \dot{B} \\ \dot{C} & \dot{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}$$

と表すとき、 $\dot{A}$ 、 $\dot{B}$ 、 $\dot{C}$ 、 $\dot{D}$  を縦続パラメータと呼ぶ。

図 B の回路の縦続パラメータをそれぞれ求めよ。

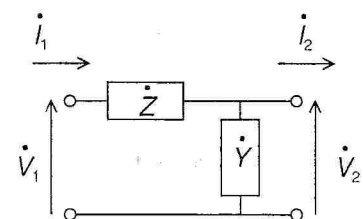


図 B. 問題 4 の回路。

(ii) 図 B の回路がもう一つ縦続接続されている時の縦続パラメータを求めよ。

(iii) 回路に使われている素子の複素インピーダンスや複素アドミタンスの値がわからない時、縦続パラメータはそれぞれどのようにすれば知ることができるか述べよ (各縦続パラメータの物理的な意味を述べればよい)。