

物理学基礎論 A 問題演習 (平成 23 年度 第 1 回)

[問題 1] x 軸上を質量 m の質点が運動しており, 速度の 2 乗に比例した抵抗 (比例係数 mk , k は正定数) を受けるものとする. 時刻 t での質点の x 座標を $x(t)$ として, 以下の問に答えよ.

問 1. 質点の初速度が $\dot{x}(0) = v_0$ ($v_0 > 0$) で与えられるとき, $x(t)$ に対する運動方程式を導出せよ.

問 2. さらに $x(t)$ が $x(0) = 0$ を満たすとき, 問 1 の運動方程式の解 $x(t)$ を求めよ.

問 3. 問 2 で求めた $x(t)$ について, $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{x}(t)$, $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t)$ を求めよ. 発散する場合は ∞ あるいは $-\infty$ で答えよ.

問 4. $\dot{x}(0) = -v_0$ ($v_0 > 0$) の場合について運動方程式を導出し, この場合の $\dot{x}(t)$ を t の関数として表せ.

[問題 2] 1 階線形微分方程式の初期値問題

$$\frac{dx}{dt} + x \cos t = \cos t \quad \dots\dots(1)$$

$$x(0) = 0 \quad \dots\dots(2)$$

について以下の問に答えよ.

問 1. 従属変数である未知関数 $x(t)$ から, 関数 $y(t)$ を $y(t) = e^{\sin t} x(t)$ で定める. $x(t)$ に対する微分方程式 (1) から, $y(t)$ に対する微分方程式を導け.

問 2. 問 1 の結果を利用して, 初期条件 (2) の下での式 (1) の解を求めよ.

[問題 3] (i) これまでの講義に対する感想や今後の講義に対する希望等, (ii) 情報学科を選択した理由と今後についての現段階で抱いている希望等 (希望コースや勉強・研究してみたいテーマ), (iii) 情報学科のカリキュラムについての現段階での感想や希望等, について率直に述べよ. 工学部情報学科以外の方は, (ii), (iii) については自身の学部学科を選択した理由等について自由に述べよ.

建設的な意見と感じられた場合は加点対象とすることもある.

※以下は時間が余った人のオプション問題 (解答してくれた場合は, 内容に応じて加点します)

[問題 4] xy 平面上のなめらかな曲線で, 曲線上の各点における法線が必ず原点を通るような曲線を考える. この曲線を表す関数が満たす微分方程式を導出し, それを解くことにより曲線を求めよ.