

パソコンを使った 図形領域の指導について

パソコンを使うと指導の効果が上がるか？

インターネット・ブログを使って 小さな学校の我々はもっと交流しよう

インターネットに数学ブログがあちらこちらにあります。
また、お互いに見て、意見交換いたしましょう。

<http://mathmed.exblog.jp/>



大田市立仁摩中学校
今口 秀明

はじめに

数学における基礎基本とは何か。

数学科の目標

- ①数量、図形などに関する基礎的な概念や原理・法則の理解を深め、数学的な表現や処理の仕方を習得する。
- ②事象を数理的に考察する能力を高める。
- ③数学的活動の楽しさ、数学的なものの見方考え方の良さを知り、それらを進んで活用する態度を育てる。

どうしても数学の基礎基本は、計算力に目が向くわけですが、決してそれだけではないでしょう。

- ①計算における基本的な計算技能、能力
- ②基本的概念(数量関係や図形)
- ③数学的な見方や考え方における基礎
- ④数学学習の仕方、勉強法

図形領域における基礎基本を大切に作る指導法とは。

図形指導の意義

(1) 図形概念形成と性質の理解

- ①基本的な図形概念や性質を系統的に理解する。
- ②図に表したり、正しく作図したりする能力を育てる。
- ③図形についての知識や技能を活用する能力を伸ばす。

(2) 論理的な思考力の育成

- ①図形に対する直感や洞察の能力をのばす。
- ②数学的な推論の理解と論理的に表現する能力を伸ばす。

図形領域指導の基本的な考え方

観察や実験を通して「不思議に思うこと」「疑問に思うこと」「当面解決しなければならないこと」をよく観察し見通しを持って結果を予想し。予想した結果を確かめるために、他の人と意見交換をしたり操作や実験を試みる数学的活動を行う。

基礎基本とは、この意見交換のための知識や技能をいうのではないか。

そんな中で

数学教育の危機

理系離れは数学嫌い(遊び経験の貧困化)

理系離れは活字離れ 言葉の能力の低下

数学における言葉の能力を高めるには

その1 記述式問題の訓練

その2 概念公式などの暗記教育からの脱却

そのための 時間の確保

毎日新聞で高村 薫氏は語る

ただでさえ学力が低下しているときに、これ以上ものを考えないパソコン教育をしていてどうするのでしょうか。そんな暇があったら、作文を一つ書かせた方がよほど頭のためになりますし、順序から言えばそちらが先だと思います。よく言われることですが、明確な日本語の論文を書く学者は、専門分野の研究も優れているそうです。

数学にコンピュータを導入するための根本的な問題

10ある数学の時間を8にして2をパソコンで

10ある数学の時間に2を加えてパソコンを

この2つには大きな違いがあります。

小学校では週5時間の算数が、中学校では週3時間の数学になります。この問題

「ゆとりある教育」のための学校週五日制と総合学習の導入

教科時数と内容の大幅な削減

微積分もできない技術者が設計した飛行機に乗って世界旅行をしましょう

キャリア教育の視点から

「女子学生が就職難」の本質

生徒・学生数の増加を見ない「就職難」の数字

「受験勉強＝悪いこと」とうまちがった考え

国民のほぼ全員が読み書きできる国

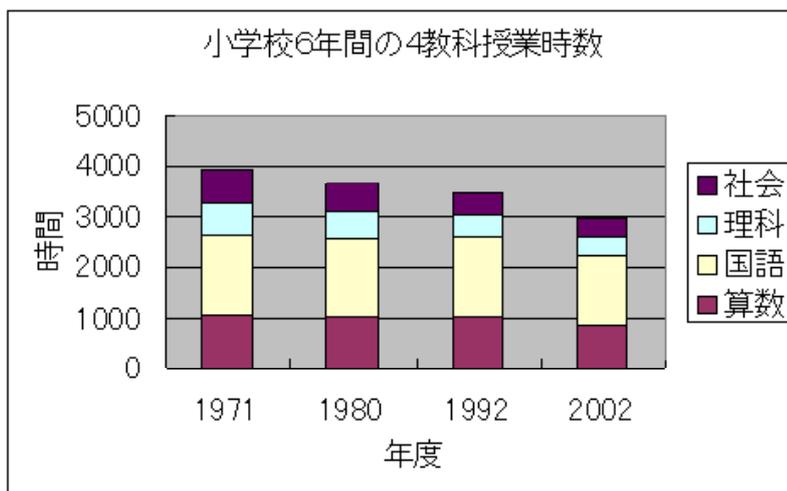
受験戦争がいじめやすさんだ心を本当に作っているのですか

現在の社会をどう説明するのですか

知っておかねばならないこと

まちがった？「ゆとり教育」

ゆとりをつくるためにゆとりのなくなった教育



他教科からも

	必修語数	新語表	文法事項	文型
1958	520	1300	20項	33
1969	610	1100	21項	37
1977	490	1050	13項	22
1989	507	1000	11項	21
1999	100	900	11項	21

数学教育 京都大学教授 上野健爾氏の声から

解の公式 を省略した数学教育について考える

解の公式を知らなくても人生に不自由はありません。

地動説を知らなくても人生に不自由はありません。

俳句を詠めなくても人生に不自由はありません。

だから教えません。という発想は正しいのですか？

中学1年生の数学の授業時数は欧米の7割 中国の6割

そんな授業時数の苦しい中でも

パソコンを図形指導に使うと生徒の学力の向上につながるのではないか？

生徒アンケートから

このアンケートは、昨年の仁摩中学校2年生(現3年生)で
前年度3月に、とったアンケートです。

①数学でいう頭がいい生徒とはどのような生徒だと思うか。46名 複数回答あり

テストの点数がいい	30%
思いつく力がある	20%
知識が豊富	11%
勉強が好き(得意)	9%
理解(のみこみ)がはやい	8%
問題を解くのが早い	8%
やり遂げる力がある(性格)	5%

以下少数意見

自分で勉強できる	まじめ	字がきれい
先がよめる	正確	表現力がある

参考意見

新2年生の思う「数学でいう頭がいい生徒」

数学の点が良い	18	理解が早い	11
思いつく力がある	9	勉強が好き	4
説明できる	2	自分で考えられる(勉強できる)	2
正確	2	知識が豊富	2
通知票の評価が良い	1	何でもできる	1
合理的な考え方	1		

新1年生の思う「数学(算数)でいう頭がいい生徒」

テストの点(成績)のいい人	16	真剣・忍耐・努力(性格)	10
普段静かな人(賢そう・外見)	5	誰もわからない問題がわかる	5
ぱっぱと答えの出せる人	4	何でもできる人	3
手をあげる人	2	説明ができる人	1
字がきれいな人	1	授業を理解できる人	1
知識が豊富な人塾に行ってる人	1	間違えたら悔しがる人	1

このように、上級学年に行くほど数学の中では「テストの成績」はもちろんだが「思いつく力」と「勉強(数学)が好きであること」が、数学学習の中に大きなウエイトを占めていくようになることがわかります。

仮説

図形領域においてパソコンを使った学習指導は次のような効果があるのではないか。

- ① わかりやすい授業の構築が可能ではないか。
- ② 問題に様々な角度から取り組もうとする生徒の姿勢が培われるのではないか。
- ③ 生徒の意欲の伸長に役立つのではないか。

検証方法

図形領域においてパソコンを使った学習指導の後に生徒にアンケートをし、その結果により考察をします。

- ① パソコンを使った図形指導はわかりやすい授業でしたか。
- ② パソコンを使った図形指導によって自分の図形学習の能力は伸びると思いますか。

授業の展開

昨年度の2年生の授業

「図形領域」を2学期に実施

授業の前後にアンケート調査を実施しました。

授業においては、黒板に直接パソコンの画面を投影する一斉授業の形式で、何度か問題の提示を試みました。

授業設定の工夫

何か気になることはないかな？をおさえる。

つまり

「何か気になることはないかな。」という発問に対して反応できる生徒の育成。

すなわち

「不思議に思うこと」「疑問に思うこと」「当面解決しなければならないこと」とは

生徒は指導者が何を聞いているのかを知らないと答えられない。

数学の中での気づきとは

- 長さ
- 角度
- いつも変化しないもの
- 合同、相似

「不思議に思うこと」「疑問に思うこと」「当面解決しなければならないこと」を自分の意見として人に伝え、そして、人と吟味する姿勢を培う数学指導。



吟味する数学のための発問



証明とは「人に説明する手法。」

人に説明したくなるような課題の設定にパソコンを活用する。

「不思議に思うこと」「疑問に思うこと」「当面解決しなければならないこと」を自分の意見として見いだせる生徒。

そのうえで

この図形は○○だ。というためには**定義**を示す。

だから**定義**はおぼえていないといけない。

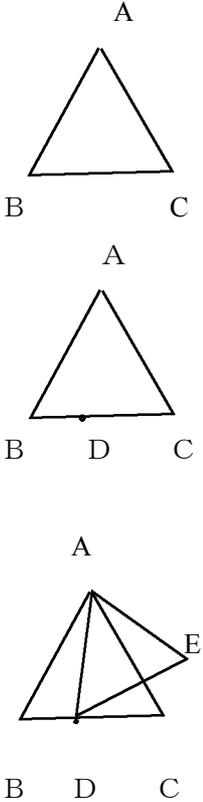
この2つは合同(相似)だから～。というためには**合同(相似)条件**{定理}を示す。

だから**合同(相似)条件**はおぼえておく。

数学学習の必然性と有用性を考える。

例題1

授業展開

	展開内容	発問と支援	器具の利用	つきたい力
導入	5分間 「作図の復習」	平面上の点から垂線を引く作図を思い出しましょう。	mpg画像	作図能力
展開	問題を示す。	<p>教師の発問</p> <p>「今、正三角形があるね。その正三角形を$\triangle ABC$としよう。その$\triangle ABC$の辺BC上に点Dを取ろう。」</p> <p>「できたね。では、そのときに辺ADを一辺とする新たな正三角形ADEを点Cの側に作ろう。」</p> <p>「誰か、前に出て点Dを取ってごらん」。</p> <p>「この点DがBCの上を動くときにこの点Eはどう動くか考えてみましょう。相談してもいいよ。」</p> <p>予想を聞いてみたり 発表したり工夫をして授業を進める。 多少考えが出たら 「パソコンを使うとわかりやすいと思うから、やってみようか」と動かして、支援をする。</p>	<p>正三角形シート & 正三角形のGCプロジェクター図</p> 	<p>話を聞く力 メモを取る力 (コミュニケーション能力)</p> <p>作図能力 (作業能力)</p> <p>思考能力 (コミュニケーション能力)</p>
	まとめ	「今日のプリントに感想をまとめてみよう」	正三角形シートに感想を書く	反省する力

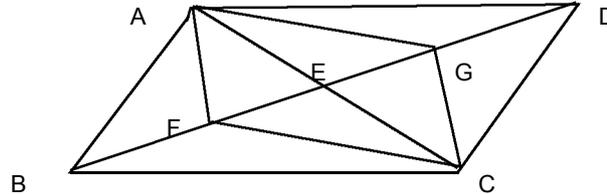
この授業を通して自分の考えを他人に伝えて、どうしたらそうなるのか、説明をしようとする生徒を育てます。

例題2

平行四辺形 ABCD があるね。

この対角線の交点を E として、対角線 BD 上に $FE = GE$ となる点 F、G をとります。

すると、四角形 AFCG はどんな四角形になるでしょうか？



これを平行四辺形になる条件を学習する前に問いかけます。

この図形は〇〇だ。というためには定義を示す。

だから定義はおぼえていないといけない。

2つの直線が平行だと言うためには 〇〇を示さなければならない。

〇〇を示すためには××が等しくならなくてはいけない。

××は等しくなるには、三角形の合同がいえなくては成らない。

どの三角形の合同を用意すればいいのかを考える。

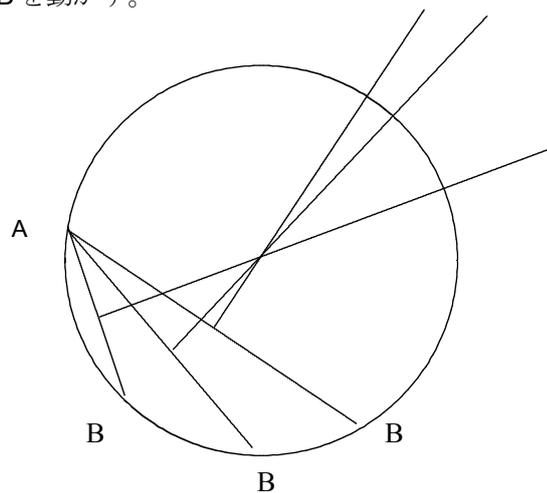
この手順をふまえた問題を繰り返し提示する中で、論証の仕組みと意義をマスターする。
決して丸暗記にはならないよう、配慮した論証の指導を計画する。

例題3

円の弦を描いて、その弦の両端 AB を動かす。

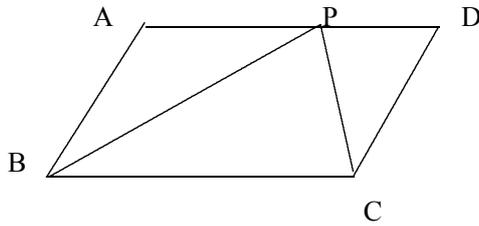
弦 AB の垂直二等分線を見ると

何か気がつくことはないだろうか。

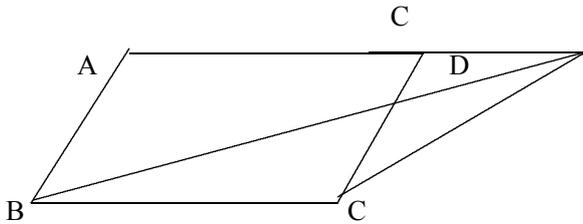


それが、定点を通ること。その定点が円の中心であることは、容易に想像できる。
それを、理由もつけて説明するとなるとどのような工夫が必要であろうか。

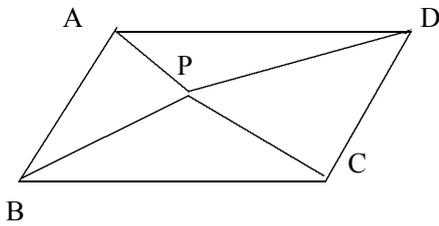
例題4



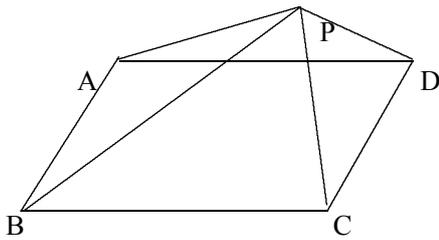
この図で
点 P が動くときの
中の三角形の関係は



左のように
点 P が動いたときは
どうなるのでしょうか。



また
このように P が
内部に入ったときはどうでしょうか。



三角形の関係を考えてみましょう。

例題5

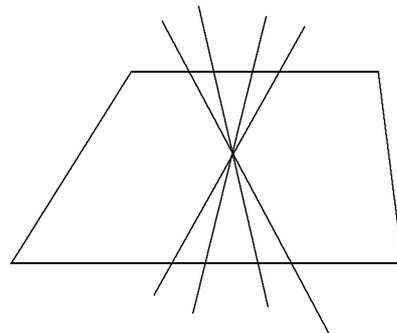
適当な台形の面積を

2等分する直線を考えてみましょう。

それらの直線を見ていると気がつくことは
何ですか。

また

そうなることを説明できますか。



また、ほかの四角形ではどうでしょうか。

例題6

二つの円 O O' が交わっているとき

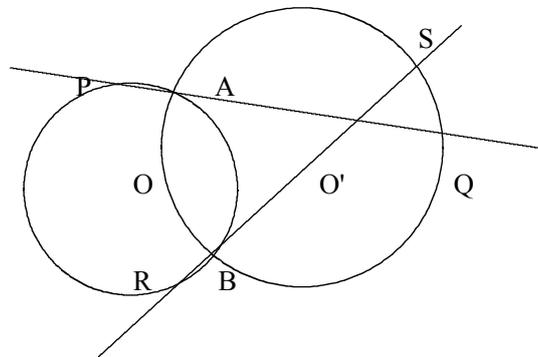
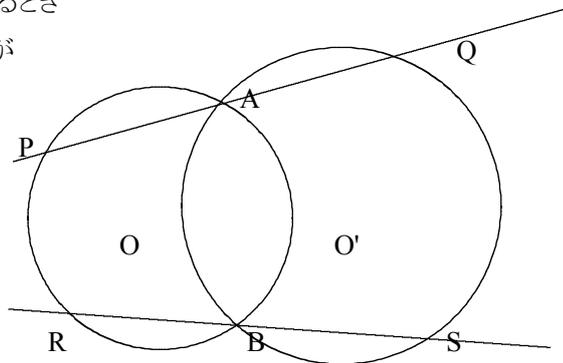
その交点 A B を通る直線が

2円と交わる点を図のように

P Q R S とするとき

気がつくことは何か。

また、その理由を示そう。



その他の例

任意の四角形の4つの辺の中点を結んでできる図形はどんな図形か。



中点連結の定理へ

特定の四角形の4つの辺の中点を結んでできる図形はどんな図形になるか。



場合分けと各四角形の定義について

「鳩目返し」によってできる四角形にはどんな性質があるか。

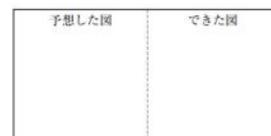
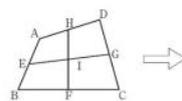
【課題1】

「はとめ返し」は、ヨーロッパで古くから伝えられている遊びです。「はとめ」とは、まんまるでクルクル動く鳩の目を意味しています。

右図のようなごく普通の四角形を、 A B C D の各辺の中点を E , F , G , H として E G , H F で切って四つの四角形に分割します。これらがバラバラにならないように、鳩目を打ち、ひもで結んでおきます。4点 A , B , C , D が中央に集まるように四つの四角形を裏返しにして並べます。このような操作を「はとめ返し」といいます。

さて、右の図は「はとめ返し」をすると、どんな図形になりますか。

(1) 予想してみましょう。



(2) はとめをつけずカードを切って組み合わせてできた図を、実際に作ってみて、右上にかきましょう。

実体験不足を補う、パソコンや操作活動の計画的導入。

正七角形がかけるか。

この問いに反応できる生徒がゆとり教育の真の姿。

360° が7で割り切れないからできない。というのは数学ではない。

動きのイメージをどう伝えるか

パソコンを利用した指導を生かす。

授業の中に、「なるほど。」とか「分かりそう。」を導く。

※等積変形の提示などは大変好評でした。

紙と鉛筆、コンパス・三角定規が基本

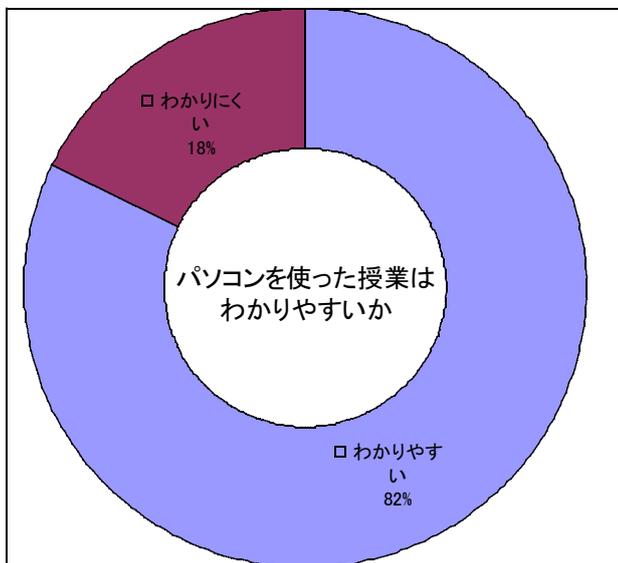
授業をどう評価するか？

他の人と意見交換をしたり操作や実験を試みる数学的活動

教師の評価から生徒相互の評価、そして自己評価への転換

実施後のアンケートの結果

① パソコンを使った図形指導はわかりやすい授業でしたか。



わかりやすいという生徒の声

- ・図形の授業はよい
- ・よくわかる。
- ・楽に授業がうけられる。
- ・スムーズに授業が理解できる。
- ・見ているだけでおもしろい。
- ・印象に残る。
- ・「なるほど」がある。
- ・どう動くか予想が楽しい。

わかりにくいという生徒の声

- ・目が疲れる。
- ・見にくいときがあった。
- ・画面に頼りすぎる。
- ・ノートに書けないことがある。

② パソコンの図形の授業をすると数学の力がつくと思いますか。

いいえ		はい			無回答 4人
1	2	3	4	5	
1人	11人	20人	9人	1人	

1と答えた生徒の意見

- ・パソコンでも頭の良さは変わらない。

2と答えた生徒の意見

- ・おもしろいけれど頭に入らないのではと不安。
- ・自分で考えないからひらめきの力が落ちる。
- ・パソコンより本人のやる気が大切。
- ・利用方法の工夫が大切だと思う。
- ・ノートに書けないことが多く悩む。
- ・紙に書けないと覚えられない、動きがかけない。
- ・パソコンを見ても難しいというか写すだけじゃなく。
- ・結局は本人のやる気でしょうね。

3と答えた生徒の意見

- ・自分でわからないことを教えてくれるけれど頼りすぎ。
- ・そのときわかるけれどテストは不安。
- ・パソコンだとわかるけれど、自分では思いつけないかもしれない。でも、使わなかったらなおさらわからないし。
- ・ノートの思考を後で見直しても訳がわからない書き方でした。
- ・自分で書く量が減ってしまいました。
- ・結局、本人のやる気が大切。(多数意見)
- ・パソコンはわかりやすい。黒板は覚えやすい。
- ・パソコンだと覚えられるかどうか不安です。

4と答えた生徒の意見

- ・はっきりそうだとはいえないがわかりやすかった。
- ・途中の変化が、明確にとらえることができた。
- ・しかし本人のやる気が大切。
- ・圧倒的に問題も理解できる。
- ・新感覚で頭に入りやすい。
- ・今までもやもやしていたものが、スッキリ。パソコンはすごい。

5と答えた生徒の意見

- ・おもしろい。自分で操作してみたいと思いました。3Dなんかいいですね。

まとめ

図形領域においてパソコンを使った学習指導は次のような効果があるのではないかと考えスタートした結果について(まとめ)。

- ① わかりやすい授業の構築が可能ではないか。
③ 生徒の意欲の伸長に役立つのではないか。

82%の生徒がわかりやすいと答えました。生徒の声の中には

- ・図形の授業はよい
- ・よくわかる。
- ・楽に授業がうけられる。
- ・スムーズに授業が理解できる。
- ・見ているだけでおもしろい。
- ・印象に残る。
- ・「なるほど」がある。
- ・どう動くか予想が楽しい。

など、その効果の大きさと、予想の楽しさを感じてくれる声があったことがありがたい。その反面、わかりやすい授業の弊害になったのが、「見えにくい」という環境の問題が中心の意見ですから、学習環境の改善に着手すれば、パソコンの支持をする生徒の割合は、もっと増加するでしょう。

しかし、その一方で「ノートに書きづらい。」という生徒の声には一考が必要だと考えます。

- ② 問題に様々な角度から取り組もうとする生徒の姿勢が培われるのではないか。

生徒の声に

- ・自分でわからないことを教えてくれるけれど頼りすぎ。
- ・そのときわかるけれどテストは不安。
- ・パソコンだとわかるけれど、自分では思いつけないかもしれない。

でも、使わなかったらなおさらわからないし。

- ・パソコンだと覚えられるかどうか不安です。

という声が非常に多かったです。

わかる授業の構築は達成できていますが、

生徒の中に、いや教員の中にも

わかる授業＝わかったことを暗記する授業

つまり、記憶力に頼った授業

この意識が、根強く定着しているのではありませんか。

つまり、我々の、指導の根底にある

「**数学でのつけたい力とは何か**」の意識が問われている気がします。

生徒の声の中に

- ・おもしろい。自分で操作してみたいと思いました。3Dなんかいいですね。

という声がありました。この生徒の目が何をみているのかが、大変興味深いです。

今回の研究を通して

今回は、そのほとんどの授業が普通教室にコンピュータとプロジェクタを持ち込んで、教師側が操作するのを生徒に観察をさせるタイプの授業でした。

生徒たちは、教科書やプリントにのっている図が黒板に大きく映し出され、変形されていくことに驚きと感動を感じているようでした。つかみはOK、そして、イメージがふくらまない生徒に、わかりやすい授業が、提供できたことは、ノートと教科書だけの授業とは、大きく一歩踏み出した授業となったと考えます。

しかし、それ以上の変化とは**教師の発問が変わった**ことにあると思います。

「○○○ならば、□□□となることを証明しよう」という発問が姿を消し「気づくことはないかな？何かあったら、発表しよう。どうしてそうなるのか説明しよう。」という発問が多くなりました。このことで、問題を生徒自らが設定できるようになり、自ら進んで意欲的に参加するような授業になりました。

しかし、生徒の目から見ますと、前者の発問はまとめやすく覚えやすいです。後者の発問では、ノートにもその課程が残りにくいですし、説明のあいまいさもあります。多様性もあり、また吟味の段階の過程を聞いて納得できても、それを書き記せません。つまり、**覚えられません**。

それが生徒にとっての、不安材料になっています。

「このパソコンの授業で、はたして、テストの点数がとれるのだろうか？」

という不安です。生徒にとって、**数学ができる、とは、テストの点が取れること**なのです。

図形領域指導の基本的な考え方

観察や実験を通して「不思議に思うこと」「疑問に思うこと」「当面解決しなければならないこと」をよく観察し見通しを持って結果を予想し。予想した結果を確かめるために、他の人と意見交換をしたり操作や実験を試みる数学的活動を行う。

はじめに述べた、この図形領域指導の基本に戻るとき、我々は、まず入試も含めた**テストの見直し**から考えなければならないのではありませんか。

まず、証明ができるように。証明が、書けるように。三角形の合同条件を覚えて、それを使うところのタイプの証明には、こんな風な書き方がありますよ。という、数学の図形領域の発想から

まず、予想があって、その予想が、生徒がお互いに説明しあえる。

その予想が正しいことを、生徒がお互いに確かめあえる。

その、取り組みの過程が最終的にテストに反映される。(点数に返ってくる。)

テストの発問を「○○○ならば、□□□となることを証明しよう」という発問から「気づくことはないかな？どうしてそうなるのか説明しよう。」と変えるだけでも、かなりの効果が出てくると思います。

しかし、そうすると、難しいと考える生徒も増えてくるのでしょうか？いや、その生徒が、少しでもこの問題に取り組めるようになる変化を与えるアイテム、それがパソコンではないでしょうか。

そんな問題や授業の意見交換が我々の間にもっと必要だと考えます。