# 2011 年度 微分積分学 A 演習 9 解答例など　(担当：日野)

**[9-1]** (1) 部分積分を繰り返す．

(2) $f(x) = -\log(1-x)$ に (1) を適用すると剰余項は $\displaystyle\int_0^x \frac{(x-t)^n}{(1-t)^{n+1}}\,dt$ となる．ヒントに従って，$s = \dfrac{x-t}{1-t}$ とおいて置換積分すればよい．別の方法として，等式

$$1 + t + t^2 + \cdots + t^{n-1} + \frac{t^n}{1-t} = \frac{1}{1-t}$$

の両辺を 0 から $x$ まで積分するというやり方もある．

(3) $\displaystyle\left|\int_0^x g(t)\,dt\right| \le \int_0^x |g(t)|\,dt$ は，$x \ge 0$ のときしか一般には成り立たない．$x < 0$ のときも成り立つようにするためには，$\displaystyle\left|\int_0^x g(t)\,dt\right| \le \left|\int_0^x |g(t)|\,dt\right|$ とする．

(4) 前半は，$\alpha = \max\{x, 0\}$ として，(3) で示した不等式の右辺が $n \to \infty$ のとき 0 に収束することを言えばよい．

**[9-2]** それぞれ，$\displaystyle\int_0^1 \sqrt{x}\,dx$, $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{1+x^2}\,dx$ の Riemann 和の極限の形をしていることに気付けばよい．

**[9-3]** $F(x) = \displaystyle\int_0^x f(t)\,dt$ とおくと，$F'(x) = f(x)$ であることに注意して計算する．(2) では

$$(F(x^2))' = F'(x^2)\cdot(x^2)' = f(x^2)\cdot 2x$$

に注意．

以上